高潮の数値計算 : メキシコ湾の場合を例として (数値解析セミナー報告 1)

AUTHOR(S):

宮崎, 正衛

数理解析研究所講究録
12巻 1966年 13-14

高潮の数値計算
―メキシコ湾の場合を例として―

気象庁
海洋気象部　宮崎正衛

高潮の数値計算にはleap frog法がよく用いられている。しかし，この方法では計算不安定や，打切り誤差の拡大を除くため，平滑化を行なう必要がおこることが多い。一方，平滑の方法によってはもとの解の特性の一部（たとえば独立した海域では外力が働らかなければエネルギーは保存される。）がそこなわれる危険がある。この欠点を除くため，われわれは物理的な意味のある海底まさつを考慮し，これによって平滑化が行なわれて計算を十分安定に走らせることができた。

基礎となる方程式は

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial t} &= fN - gD\frac{\partial}{\partial x}(h-h_0) + F_x - GM , \\ \frac{\partial N}{\partial t} &= -fM - gD\frac{\partial}{\partial y}(h-h_0) + F_y - GN , \\ \frac{\partial h}{\partial t} &= -\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial y} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

であらわされる。ここで

M，N ： 線流量（水平流速を鉛直方向に海面から海底まで積分したもの）のx，y成分
h ： 海面の平均からの上昇量
f ： 地球自転の偏向力の係数
g ： 重力の加速度
h_0 ： 気圧変化に比例した静力学的に予想される海面上昇量
D ： 水深
F_x，F_y ： 外力（海面に働らく接線応力のかたちであたえられ，風速の関数と考えられる）のx，yの成分
G ： 海底摩擦の係数（水平流速に比例すると考えられる）

であって，結局，F_x，F_y，h_0，Dをあたえられた量として，(1)式を未知数M，N，hについて解くことが問題となる。

ところで，(1)式を階差式に直すに当って，staggard grid system により計算を行なうため，次のような方式をとった。

i) $\frac{\partial}{\partial t}$, $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial x}$ の項はすべて中点則で計算する。

$$\left(\frac{\partial M}{\partial t}\right)_n \rightarrow \frac{M_{n+1} - M_{n-1}}{2\Delta t}$$

ii) M，Nの項は時間についての梯形則を用いて計算し，直接その時刻の値はとらない。

$$(M)_n \rightarrow \frac{M_{n+1} + M_{n-1}}{2}$$

このようにすれば計算はすべてleap frog 形式で行なわれ，交互の時間ステップで（M，N）の値が，交互の格子点について求められてゆくこととなる。たとえばある点のM，Nの値は1つとびの時間ステップごとに求められ，その中間の時間ステップではそれからx，y方向に1つずれた点でhが求められるわけである。

この方式をとれば D_{max} を格子点における最大水深とし，

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} > \sqrt{2gD_{max}} \tag{2}$$

となるように格子間隔を選べば，amplification factor はすべて1より小さくなって十分安定に計算が継続される。ただし，海底摩擦の係数を零とすればamplification factor の1つは1となり，中立の安定条件となり，打切り誤差の収束が悪くなる。

また，境界条件としては，海岸に直角方向の流量成分を零としたが，この場合，接線方向の成分を計算しなくともすむよう，じぐざぐな境界を考えた。結局，海岸に沿っては連続の方程式のみを計算し，内点へ値をつなぐようにしたわけである。このような方法をとると，Δsを一辺とする正方形の湾を海岸に沿って仮定することとなる。この湾の固有振動の最大周期は $\Delta s/\sqrt{gD}$ に比例し，メキシコ湾の場合，Δsを9.6 海里として2時間程度となった。したがって，この計算では数時間より長い周期の変動のみがとらえられていることとなる。

メキシコ湾について，1961年9月のハリケーンカーラによる高潮をこの方法で計算した。外力としては6時間ごとの風，および気圧の分布がメキシコ湾全域について得られたので，これを利用して計算した（資料は米気象局の提供による）。結果を観測値と比較してみると，最大の高さだけでなく，時間的な変化についてもよく一致し，この方法がかなり有用なものであることを示している。